

8 класс . Решение задач с помощью квадратных уравнений

§ 30

Решаем задачи.

Переходим от условия задачи к квадратному уравнению

У вас уже накоплен опыт решения задач, в частности с помощью линейных уравнений. Попробуйте использовать этот опыт при выполнении следующего задания.

Задание 1. Найдите несколько способов решения задачи:

Две бригады должны были изготовить по 180 деталей. Первая бригада выполнила работу в срок. Вторая бригада изготавливала в час на 2 детали больше первой и закончила работу на 3 ч раньше срока. За сколько часов каждая бригада выполнила задание?

Проанализируйте своё решение, попытайтесь выделить его основные этапы и сравните их со следующими:

1. Процесс, рассматриваемый в задаче, — выполнение работы.
2. Величины, описывающие данный процесс: производительность труда (N); время, потраченное на работу (t); объём выполненной работы (A).
3. Связь между величинами выражается формулой $A = N \cdot t$.
4. Условие задачи можно представить с помощью таблицы.

Бригада	Величина		
	Производительность N , дет./ч	Время t , ч	Объём работы A , дет.
I			180
II	На 2 больше, чем ↑	На 3 меньше, чем ↑	180

5. В качестве основания для составления уравнения можно принять, например, условие: производительность второй бригады

больше производительности первой бригады на 2 дет./ч, или условие: вторая бригада закончила работу на 3 ч раньше срока.

6. За неизвестную величину можно принять либо время выполнения работы одной из бригад, либо её производительность труда.

а) Пусть x ч потребовалось второй бригаде для выполнения задания, тогда таблица примет вид:

Бригада	Величина		
	Производительность N , дет./ч	Время t , ч	Объём работы A , дет.
I	$\frac{180}{x+3}$	$x+3$	180
II	$\frac{180}{x}$	x	180

б) Пусть x деталей в час изготавливала первая бригада, тогда таблица будет иметь следующий вид:

Бригада	Величина		
	Производительность N , дет./ч	Время t , ч	Объём работы A , дет.
I	x	$\frac{180}{x}$	180
II	$x+2$	$\frac{180}{x+2}$	180

7. Уравнения можно составить с помощью одной из схем:

а) Производительность II бригады – Производительность I бригады = 2 (дет./ч).

или

б) Время работы I бригады – Время работы II бригады = 3 (ч).

8. Задачу можно решить с помощью дробно-рационального уравнения.

9. Решением задачи могут служить только положительные корни уравнения.

Осуществлён поиск способа решения задачи, составлен план её решения. Рассмотрим варианты оформления решения задачи.

Первый вариант оформления решения задачи.

Пусть x дет./ч изготавливала первая бригада. Тогда:

$(x+2)$ дет./ч изготавливала вторая бригада;

$\frac{180}{x}$ ч — время, за которое выполнила работу первая бригада;

$\frac{180}{x+2}$ ч — время, за которое выполнила работу вторая бригада;

$\left(\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2}\right)$ ч — разность между временем, потраченным на работу первой и второй бригадами.

По условию задачи эта разность равна 3 ч.

Составим уравнение:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 3.$$

Решение уравнения.

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 3$$

$$\frac{180 \overset{(x+2)}{}}{x} - \frac{180 \overset{(x)}{}}{x+2} = 3 \overset{(x(x+2))}{}; \quad \text{и} \quad x \neq 0, \quad x+2 \neq 0.$$

$$180x + 360 - 180x = 3x^2 + 6x;$$

$$3x^2 + 6x - 360 = 0;$$

$$x^2 + 2x - 120 = 0;$$

$$x_1 = 10, \quad x_2 = -12.$$

Оба корня не обращают знаменатели дробей в нуль, но $x_1 = -12$ не подходит по смыслу задачи.

Первая бригада изготавливала в час 10 деталей. Следовательно, первая бригада выполнила задание за $\frac{180}{10} = 18$ (ч), а вторая — за $\frac{180}{12} = 15$ (ч).

Ответ: 18 ч, 15 ч.

Второй вариант оформления решения задачи.

Пусть x дет./ч — производительность первой бригады, составим таблицу по условию задачи.

Бригада	Величина		
	Производительность N , дет./ч	Время t , ч	Объём работы A , дет.
I	x	$\frac{180}{x}$	180
II	$x+2$	$\frac{180}{x+2}$	180

$\left(\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2}\right)$ ч — разность между временем, затраченным на работу первой и второй бригадами.

По условию задачи эта разность равна 3 ч. Составим и решим уравнение:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 3.$$

Задание 2. Оформите решение задачи о работе бригад, обозначив через x время, за которое выполнила работу вторая бригада.

Итак, при решении многих задач на движение, производительность и др. используются квадратные уравнения.